



# Title: Un modelo p-mediana modificado para optimizar la ubicación de instalaciones considerando la planta matriz

**Authors:** SOLÍS-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, CALDERÓN-PALOMARES, Luis Antonio, PIÑA-MARTINEZ, Ana Laura y GONZÁLEZ-SOBAL, Martín

Editorial label ECORFAN: 607-8695

BECORFAN Control Number: 2020-05

BECORFAN Classification (2020): 111220-0005

Pages: 14

RNA: 03-2010-032610115700-14

**ECORFAN-México, S.C.**

143 – 50 Itzopan Street  
La Florida, Ecatepec Municipality  
Mexico State, 55120 Zipcode  
Phone: +52 1 55 6159 2296  
Skype: ecorfan-mexico.s.c.  
E-mail: contacto@ecorfan.org  
Facebook: ECORFAN-México S. C.

Twitter: @EcorfanC

[www.ecorfan.org](http://www.ecorfan.org)

**Holdings**

Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua

# Introducción

Los problemas logísticos de localización consisten en ubicar uno o varios servicios para cubrir la demanda de una serie de puntos conocidos, usualmente denominados puntos de demanda, buscando optimizar alguna medida de efectividad.

En términos generales, los problemas de localización tratan de averiguar la ubicación de las instalaciones de una entidad dígase, empresa, almacén, instalación o cliente, de modo que se minimicen los costos o se maximicen los beneficios.

# Introducción

El problema de la  $p$ -mediana es fundamental para gran parte de la teoría de localización discreta.

Está motivado por una serie de situaciones reales, como por ejemplo tener que instalar varias **plantas** en algunos puntos de un sistema de transporte para minimizar los costos de producción y envío o tener que instalar diferentes **hospitales** en una ciudad para que la mayor parte de su población quede cubierta en caso de necesitar uno.

En definitiva, el problema de la  $p$ -mediana trata de localizar  **$p$  instalaciones** dentro de una red de manera que se **minimice la distancia** ponderada entre los puntos de **demanda** y la **instalación abierta** más cercana

# Metodología

La empresa busca determinar quiénes de sus clientes, pueden fungir como centros de distribución. Para esto, el encargado de logística y reparto determinó las distancias en kilómetros que existen entre los distintos clientes y la planta matriz.

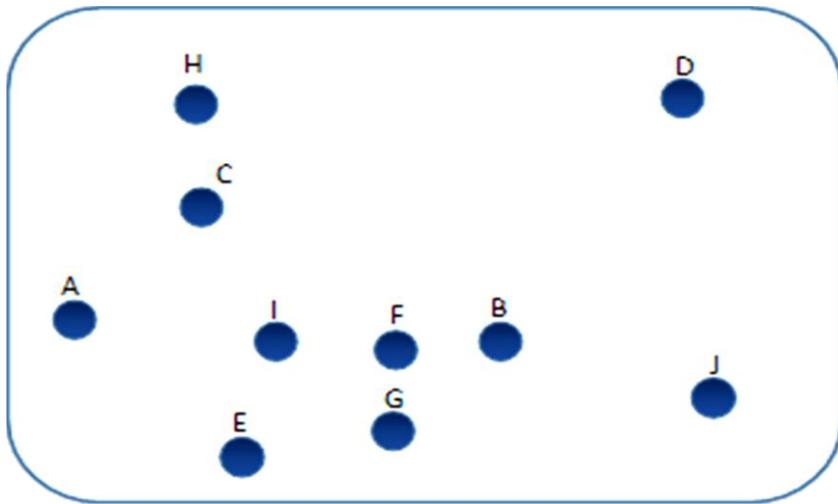


Fig 1. Localización de distintos clientes a la planta matriz.

De/ A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0.0	63.2	35.5	107.6	43.8	47.5	54.7	59.8	30.4	97.1
B	63.2	0.0	56.2	69.5	49.0	16.1	28.0	76.6	33.0	35.3
C	35.5	56.2	0.0	76.7	66.3	46.4	64.4	27.0	36.7	91.0
D	107.6	69.5	76.7	0.0	115.1	78.8	97.0	72.0	87.7	79.2
E	43.8	49.0	66.3	115.1	0.0	36.4	23.4	93.3	31.4	71.8
F	47.5	16.1	46.4	78.8	36.4	0.0	21.0	70.3	17.1	49.7
G	54.7	28.0	64.4	97.0	23.4	21.0	0.0	89.8	28.6	48.7
H	59.8	76.6	27.0	72.0	93.3	70.3	89.8	0.0	63.2	108.9
I	30.4	33.0	36.7	87.7	31.4	17.1	28.6	63.2	0.0	66.7
J	97.1	35.3	91.0	79.2	71.8	49.7	48.7	108.9	66.7	0.0

TABLA 1. DISTANCIAS DE LA PLANTA MATRIZ A DISTINTOS CLIENTES (KM).

# Metodología

La planta matriz será considerada por la variable  $X_1(A)$ .

Suponga que la empresa puede acondicionar hasta **3 centros de distribución (CEDI)**, y puede resultar que la **planta matriz** también sea seleccionada como centro de distribución, esto implica que en caso de que la variable  $X_1$ , sea seleccionada como CEDI, entonces esta tendrá sus propios clientes que atender, además de los otros centros que queden seleccionados. Cada CEDI puede atender como máximo a tres clientes.

# Metodología

El objetivo es localizar exactamente “ $p$ -centros”, para reducir al mínimo la distancia total de transporte para atender toda la demanda.

Se asume que las plantas no están limitadas en servicio por capacidad máxima (tienen capacidad infinita) así que cada demanda puede ser atendida por la planta más próxima. Podemos formular este modelo con las siguientes notaciones.

$i, j$ = índices usados para referirse a un nodo o punto numerados como 1,2,3, 4,... $n$ .

$d_{ij}$ = distancia mínima del nodo  $i$  al nodo  $j$ .

$a_i$ = demanda en el nodo  $i$ .

$X_{ij}$ = 1, si la demanda en  $i$  se asigna a la planta  $j$ ; 0, en caso contrario.

$X_{jj}$ = 1, si una planta es situada en el sitio  $j$  y la demanda a  $j$ , se le asigna también; 0, en caso contrario.

$p$ = número de plantas que van a ser colocadas.

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n d_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad \text{para cada } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{jj} = p \quad (3)$$

$$X_{ij} \leq X_{jj} \quad \text{para cada } i = 1, 2, 3, \dots, n \text{ y } j = 1, 2, 3, \dots, n \text{ donde } i \neq j \quad (4)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{para cada } i = 1, 2, \dots, n \text{ y } j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

# Metodología

Se hacen tres planteamientos para resolver la situación:

- 1) Utilizar los datos y el modelo tradicional de la P-mediana para resolver la situación.
- 2) Se replantean la situación partiendo del modelo tradicional de la P-mediana, pero sacando del modelo la planta matriz del modelo.
- 3) Se resuelve nuevamente la misma situación con la modificación al modelo y se observan las distancias recorridas.

# Resultados

## Primer Planteamiento.

TABLA 2. CENTRO DE DISTRIBUCIÓN SELECCIONADOS CON SUS RESPECTIVOS CLIENTES

Centro de Distribución seleccionado	Clientes
B	D F J
C	A H
G	E I

TABLA 3. DISTANCIA DEL CEDI (B) A SUS CLIENTES.

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
B	D	69.5
	F	16.1
	J	35.3
Total		120.9

TABLA 4. DISTANCIA DEL CEDI (C) A SUS CLIENTES.

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
C	A	35.5
	H	27.0
Total		62.5

TABLA 5. DISTANCIA DEL CEDI (G) A SUS CLIENTES.

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
G	E	23.4
	I	28.6
Total		52

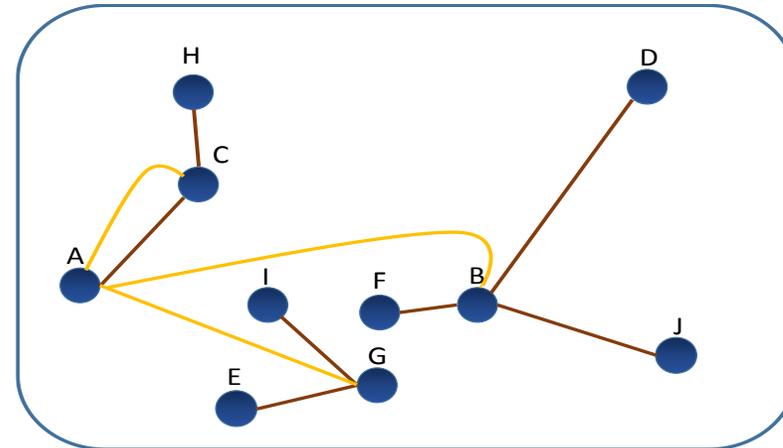
# Resultados

La distancia total recorrida para cubrir estos mercados es de 235.47 km, sin contar la distancia para llevar los productos de la fuente a los centros de distribución, de manera que incluyendo estas distancias que son 153.42 km, se tiene un total de 388.88 km.

TABLA 6. DISTANCIA DE LA MATRIZ A LOS CEDIS

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
A	B	63.2
	C	35.5
	G	54.7
Total		153.4

Fig.2 Estructura resultante de los nodos del sistema de distribución.



# Resultados

## Segundo Planteamiento: sin utilizar a la planta matriz como CEDIS

El total de recorrido que se tiene de estos centros de distribución a los clientes son 199.96 km a esta cantidad se le debe de sumar la distancia desde la matriz (A) a los nodos seleccionados como centros de distribución, la cual es 153.42 km, quedando un total de 353.37 km. La imagen siguiente muestra la forma en cómo quedan distribuidos los centros de distribución y sus respectivos clientes:

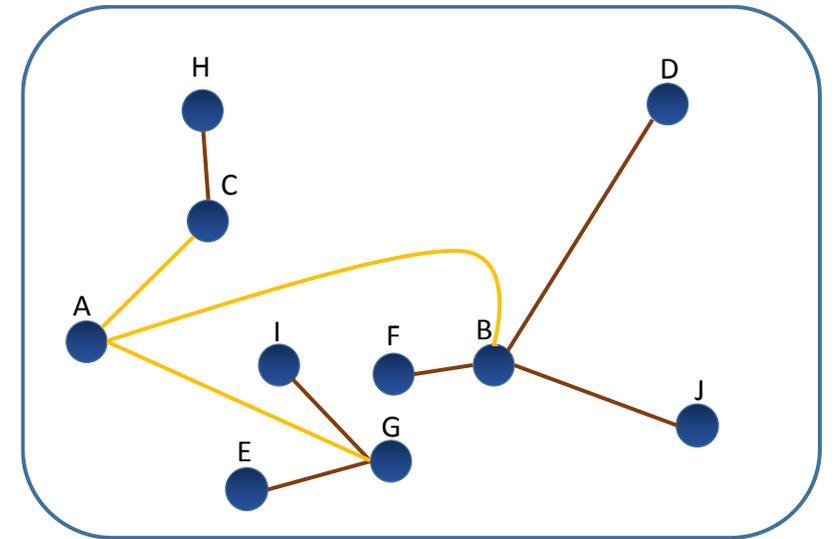


Fig. 3 Estructura resultante del sistema de distribución.

# Resultados

## Tercer planteamiento Modelo mejorado

El modelo mejorado si incluye al nodo (A) como parte del modelo, pero ahora, (A) solo considera la posibilidad de entregar a los posibles centros de distribución, para dicho fin se hace lo siguiente:

- Se construye una restricción con (A) de manera que sea igual a la suma de todos los puntos donde se puede colocar un centro de distribución multiplicado por la distancia que hay desde la planta hasta los posibles centros. El resultado se guarda en una variable.
- Esta variable se lleva a la función objetivo, buscando con esto que el modelo reduzca la distancia que hay desde la planta a los posibles centros de distribución y al mismo tiempo seleccionar los mejores centros de distribución y los posibles clientes de los mismos.

# Resultados

TABLA 7. CENTROS DE DISTRIBUCIÓN SELECCIONADOS CON SUS RESPECTIVOS CLIENTES

Centro de Distribución seleccionado	Clientes
C	D H
F	B G J
I	E

Observe que la distancia recorrida en total de los CEDIS a sus clientes suman 221.9 km, sin considerar la distancia de la planta matriz a estos.

TABLA 8. DISTANCIA DEL CEDI (C) A SUS CLIENTES

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
C	D	76.7
	H	27
<b>Total</b>		<b>103.7</b>

TABLA 9. DISTANCIA DEL CEDI (F) A SUS CLIENTES

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
F	B	16.1
	G	21
	J	49.7
<b>Total</b>		<b>86.8</b>

TABLA 10. DISTANCIA DEL CEDI (I) A SU CLIENTE

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
I	E	31.4
<b>Total</b>		<b>31.4</b>

# Resultados

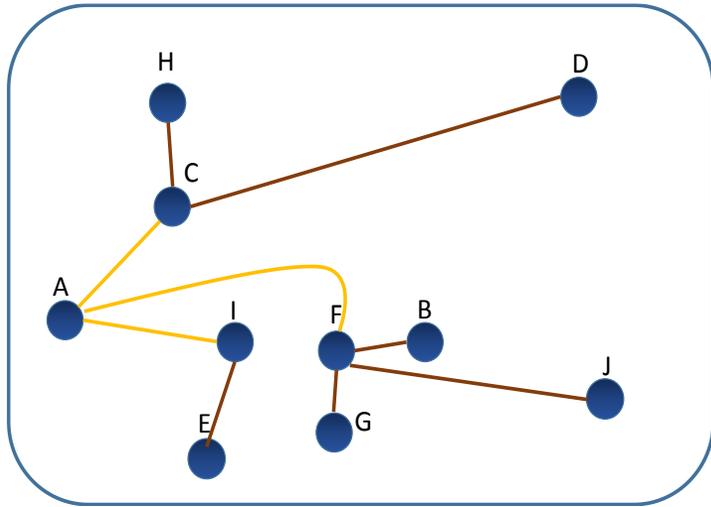


Fig. 4 Resultado del algoritmo mejorado.

TABLA 11. DISTANCIA DE LA MATRIZ A LOS CEDIS

Centro de distribución	Cliente	Distancia al centro de distribución (Km)
A	C	35.5
	F	47.5
	I	30.4
Total		113.4

Sumando los 221.9 km de los CEDIS a los clientes más los 113.4 de la planta matriz a los CEDIS, se tiene un total de 335.3 Km.

Esta distancia es menor a la presentada en los dos casos anteriores. Se puede apreciar para este caso en particular una mejoría en cuanto la distancia recorrida con relación al primer modelo del 13.75% y con relación al segundo modelo del 5.1%.

# Conclusiones

En la formulación del modelo original la distancia total recorrida para cubrir estos mercados es de 235.47 km, sin contar la distancia para llevar los productos de la fuente a los centros de distribución, de manera que incluyendo estas distancias que son 153.42 km, se tiene un total de 388.88 km.

En el modelo sin utilizar la planta como CEDIS el total de recorrido que se tiene de estos centros de distribución son 199.96 km. A esta cantidad se le debe de sumar la distancia desde la matriz (A) a los nodos seleccionados como centros de distribución, la cual es 153.42 km, quedando un total de 353.37 km.

Y por último en el modelo mejorado la distancia total en este caso será de 335.41 Km. Esta distancia es menor a la presentada en los dos casos anteriores. Se puede apreciar para este caso en particular una mejoría en cuanto la distancia recorrida con relación al primer modelo del 13.75% y con relación al segundo modelo del 5.1%.

# Referencias

- [1] L. Torres Díaz, "Análisis de diferentes políticas de ubicación de una instalación en ambientes competitivos," Maestría en Ciencias, Programa de Posgrado de Ingeniería en Sistemas, Universidad Autónoma de Nuevo León, México, 2006.
- [2] "The  $p$ -neighbor  $k$ -center problem," *Information Processing Letters*, vol. 65, no. 3, pp. 131 - 134, 1998, doi: [https://doi.org/10.1016/S0020-0190\(97\)00224-X](https://doi.org/10.1016/S0020-0190(97)00224-X).
- [3] E. Toro Ocampo, R. Gallego Rendón, and C. A. Muñoz, "Comparación del desempeño del algoritmo genético de CHU-BEASLEY y el algoritmo colonia de hormigas en el problema de  $p$ -mediana," *Scientia et Technica*, vol. 1, no. 47, p. 6, 2011, doi: 10.22517/23447214.531.
- [4] M. C. Darós and M. M. Arce, "Técnicas de optimización robusta Aplicadas al problema de la  $p$ -mediana en condiciones de incertidumbre," *Actas de VI Jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa, Santiago de Compostela*, 1998.
- [5] "Variable neighborhood search for the  $p$ -median," *Location Science*, vol. 5, no. 4, pp. 207 - 226, 1997, doi: [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(98\)00030-8](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(98)00030-8).
- [6] O. Kariv and S. L. Hakimi, "An Algorithmic Approach to Network Location Problems. I: The  $p$ -Centers," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 37, no. 3, pp. 513-538, 1979.
- [7] N. Mladenovic, J. Brimberg, P. Hansen, and J. A. Moreno-Perez, "The  $p$ -median problem: A survey of metaheuristic approaches," *European Journal of Operational Research*, vol. 179, no. 3, pp. 927-939, Jun 16 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2005.05.034.
- [8] "The simple plant location problem: Survey and synthesis," *European Journal of Operational Research*, vol. 12, no. 1, pp. 36 - 81, 1983, doi: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(83\)90181-9](https://doi.org/10.1016/0377-2217(83)90181-9).
- [9] M. a. A. M. a. N. V. a. S. V. a. S. R. J. Canos Darós, "Aplicaciones económicas de la optimización robusta," *Rect@*, vol. Actas\_5, 1997.
- [10] J. J. Arboleda-Castillo, A. D. Heredia-Giraldo, and J. P. Orejuela-Cabrera, "Two-phase method for motorcycle messenger routing problem with time windows. Método de dos fases para el problema de ruteo de mensajeros en motocicleta con ventanas de tiempo," *Entramado*, vol. 14, no. 1, pp. 268-281, 2018-06 2018, doi: 10.18041/entramado.2018v14n1.27120.



**ECORFAN®**

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BECORFAN is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- ([www.ecorfan.org/](http://www.ecorfan.org/) booklets)